

Raumfahrttechnik

3. Hausaufgabe

Gruppe 14

Stefan Breit (310692) Dimitri Sokolyuk (321116)

26. Januar 2010

Inhaltsverzeichnis

3.1 Aufgabe: Brennkammer und Treibstoffgeometrien	3
3.2 Aufgabe: Düsenauslegung	11
3.3 Aufgabe: Massenabschätzung	13
Listing	15
Eidesstattliche Erklärung	21

Tabellenverzeichnis

1 Brennkammer und Treibstoffgeometrie	5
2 Schlitzengeometrie, Ausgesuchte Werte	7
3 Düse	12
4 Massenabschätzung	14

Abbildungsverzeichnis

1 Treibstoffgeometrie	5
2 Abbrandgeometrie	7
3 Abbrandoberflächen-Zeitprofil	9
4 Schub-Zeitprofil	9
5 Gehäusegeometrie	13

3.1 Aufgabe: Brennkammer und Treibstoffgeometrien

Der Treibstoffmassenstrom \dot{m} setzt sich aus dem spezifischen Impuls am NN, dem Schub am NN und der Schwerkraft zusammen:

$$\dot{m} = \frac{F}{I_{sp} \cdot g} = \frac{4272.528 \text{ kN}}{241.5 \text{ s} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2} = 1803.4 \text{ kg/s}$$

Die Treibstoffmasse incl. Rückstand von 2% aus Treibstoffmassenstrom und der Brennzeit:

$$m = \frac{\dot{m} \cdot t_b}{1 - 0.02} = \frac{1803.4 \text{ kg/s} \cdot 131 \text{ s}}{0.98} = 241.07 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

Die Abbrandrate \dot{r} aus Temperaturfactor α , Druckexponent n und Druck in der Brennkammer zur Brennbeginn p_c :

$$\dot{r} = \alpha \cdot p_c^n = 0.0433 \cdot (6400000 \text{ N/m}^2)^{0.33} = 7.630 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Der Treibstoffvolumen aus Treibstoffmasse m und Treibstoffdichte:

$$V = \frac{m}{\rho_{TS}} = \frac{241.07 \cdot 10^3 \text{ kg}}{1772.0 \text{ kg/m}^3} = 136.04 \text{ m}^3$$

Webb-Thickness aus Treibstoffabbrandrate und der Brennzeit:

$$b = \dot{r} \cdot t_b = 7.630 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} \cdot 131 \text{ s} = 0.999 \text{ m}$$

Boosterwanddicke nach der Kesselformel. Es wird ein maximales $\Delta p = p_e - p_a$ angenommen mit $p_a = 0 \text{ N/m}^2$, was dem Außendruck in Vakuum entspricht. $\sigma_{zul} = 170000 \text{ lb/in}^2 = 1.1721 \cdot 10^9 \text{ kg/m}^2$

$$d_w = \Delta p \cdot \frac{r \cdot SF}{2 \cdot \sigma_{zul}} = p_e \cdot \frac{\frac{D_b}{2} \cdot SF}{2 \cdot \sigma_{zul}} = 6.4 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \cdot \frac{\frac{3.1 \text{ m}}{2} \cdot 2.5}{2 \cdot 1.1721 \cdot 10^9 \text{ kg/m}^2} = 10.579 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Treibstoffaussendurchmesser aus dem Boosterdurchmesser, der Boosterwanddicke und der Dicke der Isolationsschicht (vgl. Abbildung 5 auf Seite 13):

$$D_A = D_b - 2 \cdot (d_w + d_{iso}) = 3.1 \text{ m} - 2 \cdot (0.0106 \text{ m} + 0.04 \text{ m}) = 2.999 \text{ m}$$

Treibstoffinnendurchmesser aus Treibstoffaussendurchmesser und Treibstoffdicke: (vgl. Abbildung 1 auf Seite 5):

$$D_I = D_A - 2 \cdot b = 2.999 \text{ m} - 2 \cdot 0.999 \text{ m} = 0.999 \text{ m}$$

Die notwendige Abbrandoberfläche aus dem Treibstoffmassenstrom, der Abbrandrate und der Dichte des Treibstoffs:

$$A_{not} = \frac{\dot{m}}{\dot{r} \cdot \rho_{TS}} = \frac{1803.4 \text{ kg/s}}{7.630 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} \cdot 1772.0 \text{ kg/m}^3} = 133.39 \text{ m}^2$$

Die Länge des Treibstoffblocks (vgl. Abbildung 1 auf Seite 5) ergibt sich aus dem Treibstoffvolumen und der Treibstoffblockgeometrie, die durch Innen- und Außendurchmesser sowie Form des Boosters bestimmt ist.

Zur Berechnung wird der Booster in einen zylindrischen Mittelstück in beide Endstücke, welche zu einer Kugel zusammengefasst werden, aufgeteilt.

Das Volumen des Treibsatzes in den Endstücken lässt sich eindeutig aus den Innen- und Außendurchmesser des Treibsatzes ermitteln und ergibt sich aus dem Volumen der Kugel von welchem das Volumen des Zylinders und der beiden Kugelkalotten abgezogen wird:

$$V_{end} = V_{kugel} - V_{zylinder} - 2 \cdot V_{kalotte} = 11.83 \text{ m}^3 \quad (1)$$

wobei $V_{kugel} = \frac{4}{3}\pi r_a^3$, $V_{zylinder} = \pi r_i^2 l$ und $V_{kalotte} = \frac{1}{3}h^2\pi(3r_a - h)$, ferner $a = \sqrt{r_a^2 - r_i^2}$, $l = 2a$ und $h = r_a - a$, $r_a = \frac{D_a}{2}$ und $r_i = \frac{D_i}{2}$.

Die Länge des Treibsatzes in den Endstücken beträgt somit

$$l_{end} = 2\sqrt{r_a^2 - r_i^2} = 2.83 \text{ m} \quad (2)$$

und die Oberfläche entsprechend

$$A_{end} = 2\pi r_i \cdot l_{end} = 8.88 \text{ m}^2 \quad (3)$$

Somit lässt sich das Volumen des zylindrischen Teils bestimmen und folglich auch seine Länge

$$l_{zyl} = \frac{V - V_{end}}{\pi(r_a^2 - r_i^2)} = 19.79 \text{ m}$$

Oberfläche

$$A_{zyl} = 2\pi r_i l_{zyl} = 62.14 \text{ m}^2$$

und Schließlich die Gesamtlänge des Treibsatzes

$$l_{TS} = l_{end} + l_{zyl} = 22.612 \text{ m}$$

Die tatsächliche Abbrandoberfläche beträgt somit:

$$A_{tat} = A_{end} + A_{zyl} = 71.022 \text{ m}^2$$

Die einzelnen Parameter sind in der Tabelle 1 auf der Seite 5 zusammenfassend dargestellt.

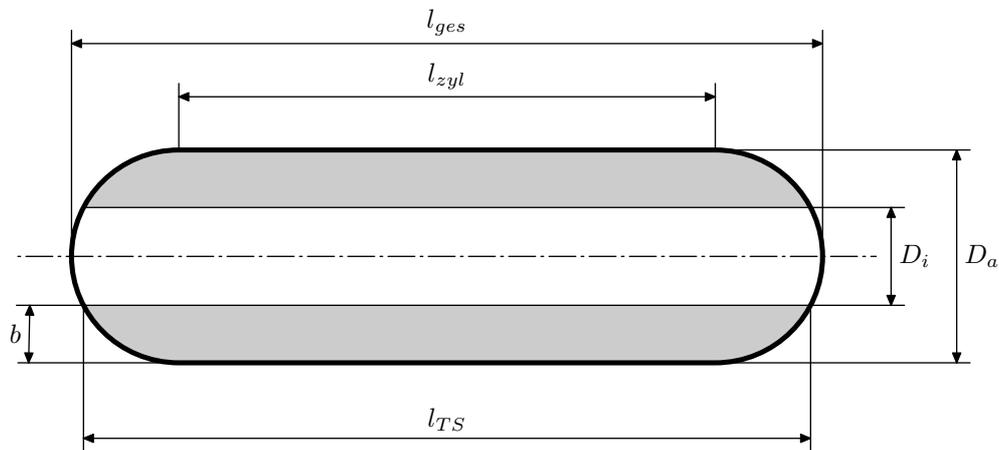


Abbildung 1: Treibstoffgeometrie

Treibstoffmassenstrom	$\dot{m} = 1803.4 \text{ kg/s}$
Treibstoffmasse (incl. 2% Rückstand)	$m = 241.07 \cdot 10^3 \text{ kg}$
Abbrandrate	$\dot{r} = 7.630 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$
Treibstoffvolumen	$V = 136.04 \text{ m}^3$
Webb-Thickness (imaginäre Treibstoffdicke)	$b = 0.999 \text{ m}$
Wanddicke	$d_w = 10.579 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
Treibstoffblock Außendurchmesser	$D_A = 2.999 \text{ m}$
Treibstoffblock Innendurchmesser	$D_I = 0.999 \text{ m}$
Notwendige Abbrandoberfläche	$A_{not} = 133.39 \text{ m}^2$
Tatsächliche Abbrandoberfläche	$A_{tat} = 71.022 \text{ m}^2$
Länge des Treibstoffblocks	$l_{TS} = 22.612 \text{ m}$

Tabelle 1: Brennkammer und Treibstoffgeometrie

Schlitz Die Ermittlung der Anzahl der Schlitze n und des Winkels α erfolgt iterativ. Dabei durchläuft n die Werte von 0 bis 5 und α die Werte von 0° bis 60° .

Zunächst wird, ausgehend von den Parametern n und α , die Oberfläche der Schlitze und das ausgesparte Volumen ermittelt.

$$V_{\text{Schlitz}} = n \cdot 2\pi \left(r_a^2 - \frac{1}{3}(r_a^2 + r_a r_i + r_i^2) \right) \cdot (r_a - r_i) \tan(\alpha) \quad (4)$$

$$A_{\text{Schlitz}} = n \cdot 2\pi(r_a + r_i) \cdot (r_a - r_i) \sec(\alpha) \quad (5)$$

Um den Volumenverlust auszugleichen, wird ein Zusatztreibsatzring eingeführt:

$$l_{\text{Zus}} = \frac{V_{\text{Schlitz}}}{\pi(r_a^2 - r_i^2)}$$

$$A_{\text{Zus}} = 2\pi r_i l_{\text{Zus}}$$

Die Oberfläche des Zusatzrings und der Schlitze summieren sich zu der gesuchten Zusatzabbrandoberfläche:

$$\Delta A = A_{\text{Schlitz}} + A_{\text{Zus}}$$

Der Längenzuwachs des Treibsatzes ergibt sich aus der Breite des Zusatzrings und einem Spalt von 3 cm pro Schlitz:

$$\Delta l = n \cdot 0.03 \text{ m} + l_{\text{Zus}}$$

Schließlich betragen die Gesamtabbrandoberfläche und die Gesamttreibsatzlänge: $A_{\text{tat}} = A_{\text{not}} + \Delta A$ und $l_{\text{TS,tat}} = l_{\text{TS}} + \Delta l$ entsprechend.

Ferner werden für die weitere Berechnungen als Grundlage für den Längenmaß die effektive und die tatsächliche Länge des zylindrischen Teils des Treibsatzes benötigt:

$$l_{\text{zyl,eff}} = l_{\text{zyl}} + l_{\text{Zus}}$$

$$l_{\text{zyl,tat}} = l_{\text{zyl,eff}} + n \cdot 0.03 \text{ m}$$

In der Tabelle 2 auf Seite 7 sind die gefundene Werte mit der Abweichung weniger als 0.5 m^2 von der notwendigen Abbrandoberfläche dargestellt. Daraus werden solche n und α ausgesucht, dass die Abweichung von der notwendigen Abbrandoberfläche am geringsten ist. Ferner wird auch darauf geachtet, dass die tatsächliche Abbrandoberfläche mindestens so groß wie die notwendige ist, um den notwendigen Schub am Start nicht zu unterschreiten.

Die ausgesuchte Werte sind $n = 4$ und $\alpha = 25.5^\circ$. Die tatsächliche Abbrandoberfläche beträgt somit $A_{\text{tat}} = 133.6549 \text{ m}^2$ und die Gesamttreibsatzlänge $l_{\text{TS,tat}} =$

Anzahl n	Winkel α [°]	Oberfläche A_{tat} [m ²]	TS-Länge $l_{TS,tat}$ [m]	zyl. Teil effektiv $l_{zyl,eff}$ [m]	zyl. Teil tatsächlich $l_{zyl,tat}$ [m]
2	59.5	132.94	26.63	23.74	23.80
3	43.5	133.38	26.02	23.10	23.19
4	24.5	132.89	24.86	21.91	22.03
4	25.0	133.27	24.91	21.95	22.08
4	25.5	133.65	24.96	22.01	22.13
5	0.0	133.80	22.76	19.78	19.93

Tabelle 2: Schlitzengeometrie, Ausgesuchte Werte

24.9569 m. Die effektive Treibsatzlänge des zylindrischen Teils des Boosters beträgt $l_{zyl,eff} = 22.01$ m und die tatsächliche Länge des zylindrischen Teils: $l_{zyl,tat} = 22.13$ m.

Die Abweichung von der notwendigen Abbrandoberfläche beträgt $\Delta A = A_{tat} - A_{not} = 0.270$ m² in größere Richtung.

Abbrandoberflächen-Zeitprofil Um den Abbrandprofil zu ermitteln, wird der Booster wieder in zwei Bereiche aufgeteilt: die Endstücke, die zur Vereinfachung zu einer Kugelzusammengefasst werden und dem zylindrischen Mittelstück mit vier Schlitzten.

Die Abbrandoberfläche wird durch die Progression des Innendurchmessers und die Regression der effektiven Länge des Treibsatzes beeinflusst. Der geometrische Zusammenhang ist in der Abbildung 2 auf Seite 7 verdeutlicht.

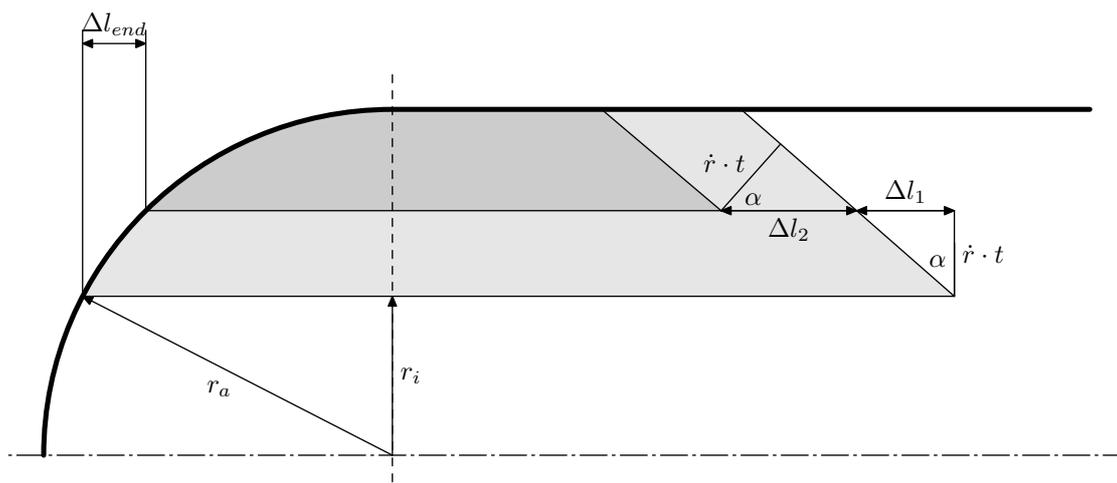


Abbildung 2: Abbrandgeometrie

Die Regression der Länge findet dabei in drei unterschiedlichen Bereichen statt:

- durch die Progression des Innendurchmessers an der Krümmung der Wand in den Endstücken
- durch die Progression des Innendurchmessers durch den Winkel der Schlitze
- durch das Abbrennen der Flanken der Schlitze

Der Innendurchmesser zum Zeitpunkt t lässt sich unmittelbar aus der Abbrandrate \dot{r} und dem ursprünglichen Innendurchmesser bestimmen D_i :

$$D_i(t) = D_i + 2 \cdot \dot{r} \cdot t$$

Die Länge des Treibsatzes in den Endstücken lässt sich analog zu dem vorherigen Paragraph bestimmen (vgl. dazu Gleichung 1 und 2 auf Seite 4 sowie Abbildung 2 auf Seite 7):

$$l_{end}(t) = \sqrt{D_a^2 - D_i(t)^2}$$

Die effektive Treibsatzlänge im zylindrischen Teil des Boosters reduziert sich einerseits durch die Schräge der Schlitze α und die Vergrößerung des Innendurchmessers $D_i(t)$: $\Delta l_1 = -2n\dot{r}t \tan(\alpha)$, als auch gleichzeitig durch das Abbrennen der Flanken der Schlitze: $\Delta l_2 = -2n\dot{r}t \sec(\alpha)$, wobei die Anzahl der Flanken durch den Faktor $2n$ mitberücksichtigt wird. (vgl. Abbildung 2 auf Seite 7)

Die effektive Treibsatzlänge zum Zeitpunkt t beträgt somit:

$$l_{TS}(t, \alpha) = l_{zyl,eff} + l_{end}(t) - 2n\dot{r}t \cdot (\tan(\alpha) + \sec(\alpha))$$

wobei $l_{zyl,eff} = 22.01$ m die effektive Länge des zylindrischen Teils des Treibsatzes ist.

Die Oberfläche der Schlitzflanken $A_{Schlitz}(t, n, \alpha)$ kann der Gleichung 5 auf Seite 6 entnommen werden, wobei $r_i = \frac{D_i(t)}{2}$ und $r_a = \frac{D_a}{2}$ sind. Somit ist die Gesamtabbrandoberfläche zum Zeitpunkt t :

$$A(t) = \pi \cdot D_i(t) \cdot l_{TS}(t, \alpha) + A_{Schlitz}(t, n, \alpha)$$

Der resultierende Abbrandprofil ist in der Abbildung 3 auf der Seite 9 dargestellt.

Die Abbrandoberfläche am Start bei $t = 0$ s beträgt 133.65 m^2 . Der Abbrandverhalten ist zunächst progressiv. Die maximale Abbrandoberfläche wird bei $t = 47.8$ s erreicht und beträgt 149.54 m^2 . Desweiteren ist der Abbrandverhalten regressiv. Die Abbrandoberfläche zum Brennschluss bei $t = 131$ s beträgt schließlich 87.959 m^2 .

Der Schub des Boosters ist direktproportional zu dem Treibstoffmassenstrom:

$$F = \dot{m} \cdot c_e$$

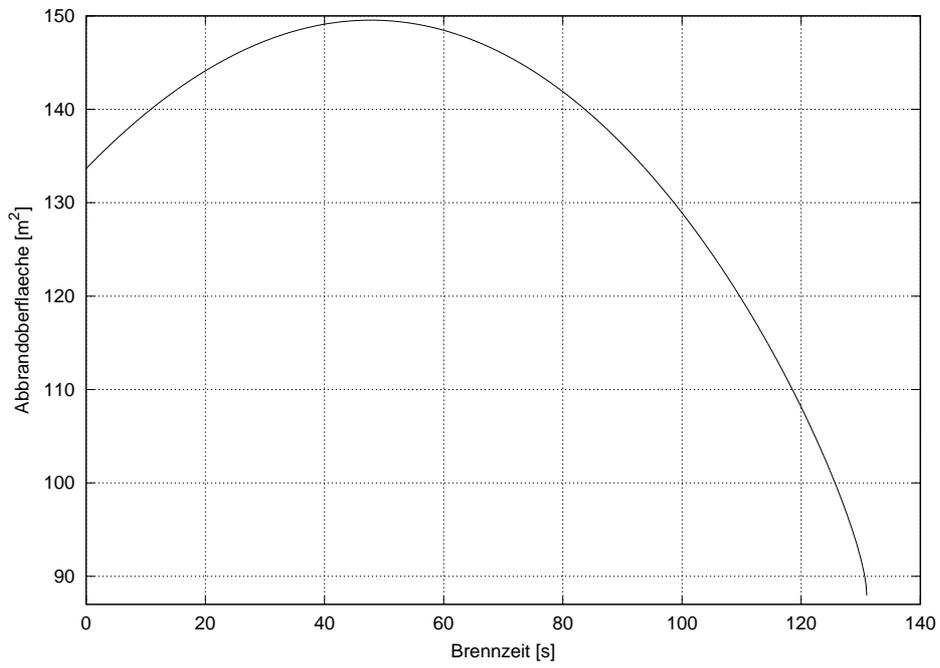


Abbildung 3: Abbrandoberflächen-Zeitprofil

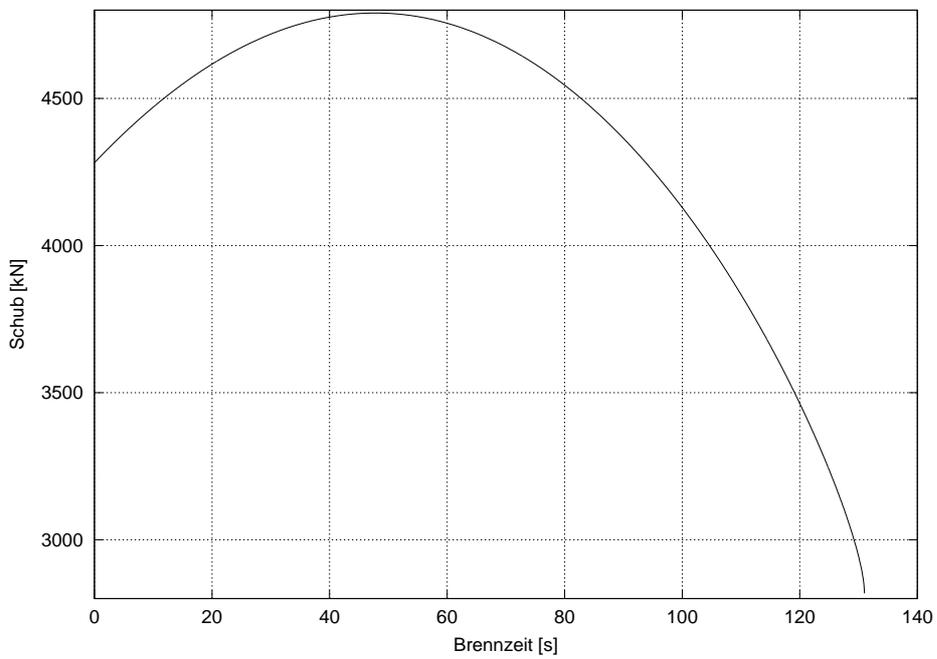


Abbildung 4: Schub-Zeitprofil

welcher seinerseits direktproportional zu Abbrandrate und Abbrandoberfläche ist:

$$\dot{m} = \dot{r} \cdot A \cdot \rho_{TS}$$

Da die Abbrandrate in dieser Aufgabe als konstant angenommen wird, ist der Schub des Boosters direkt von der Abbrandoberfläche abhängig:

$$F = \dot{r} \cdot A \cdot \rho_{TS} \cdot c_e$$

Der Booster weist somit einen progressiven Schubverlauf am Anfang und einen regressiven Schubverlauf am Ende auf. Der Schubprofil ist in der Abbildung 4 auf Seite 9 dargestellt.

Der Schub am Start beträgt 4281.2 kN und wird mit 4790.1 kN bei $t = 47.8$ s maximal. Zum Brennschluß bei $t = 131$ s beträgt der Schub 2817.4 kN.

3.2 Aufgabe: Düsenauslegung

Charakteristische Geschwindigkeit:

$$c^* = \frac{\sqrt{R \cdot T_c}}{\Gamma} = 50.048 \text{ m/s}$$

wobei T_c Temperatur in der Brennkammer, $\Gamma = \sqrt{\kappa} \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}} = 0.64462$, und κ Verhältnis der spezifischen Wärmen sind, mit $R = \frac{\mathcal{R}}{m_{mol}} = 0.29908$, wobei \mathcal{R} die Universelle Gaskonstante und m_{mol} mittleres Molekulargewicht des Treibstoffs sind.

Der Schubkoeffizient aus dem Verhältnis der effektiven und charakteristischen Geschwindigkeit:

$$C_F = \frac{c_e}{c^*} = 47.34$$

wobei $c_e = I_{sp} \cdot g = 2369.1 \text{ m/s}$ ist.

Die Düsenhalsfläche:

$$A_t = \frac{c^* \dot{m}}{\rho_c} = 0.014 \text{ m}^2$$

Der Düsenhalsdurchmesser:

$$D_t = 2 \sqrt{\frac{A_t}{\pi}} = 0.134 \text{ m}$$

Düsenaußenquerschnitt nach der Formel:

$$A_e = A_t \cdot \frac{\sqrt{\frac{\kappa-1}{2}} \cdot \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}}}{\Pi^{-\frac{1}{\kappa}} \cdot \sqrt{1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}}} = 0.17 \text{ m}^2$$

wobei $\Pi = \frac{p_c}{p_e} = 96.970$.

Der Düsenaußendurchmesser:

$$D_e = 2 \sqrt{\frac{A_e}{\pi}} = 0.466 \text{ m}$$

Die äußere Klemmung:

$$K_A = \frac{A_e}{A_t} = 12.12$$

Die Düsenlänge nach der Formel:

$$L_D = (0.9436 + 0.2524 \cdot K_A - 0.0022 \cdot K_A^2 - 6.06 \cdot 10^{-7} \cdot K_A^3) \cdot D_t = 0.493 \text{ m}$$

Die einzelnen Parameter sind in der Tabelle 3 auf der Seite 12 zusammenfassend dargestellt.

Schubkoeffizient	$C_F = 47.37$
Düsenendfläche	$A_E = 0.17 \text{ m}^2$
Düsenhalsfläche	$A_T = 0.014 \text{ m}^2$
Düsenhalsdurchmesser	$D_T = 0.134 \text{ m}$
Charakteristische Geschwindigkeit	$C^* = 50.048 \text{ m/s}$
Düsenlänge	$L_D = 0.493 \text{ m}$
Äußere Klemmung	$K_A = 12.12$

Tabelle 3: Düse

3.3 Aufgabe: Massenabschätzung

Die Geometrie des Motorgehäuses ist in der Abbildung 5 auf Seite 13 abgebildet. Zur Berechnung wird für die Düse notwendige Aussparung näherungsweise als zylindrisch angenommen.

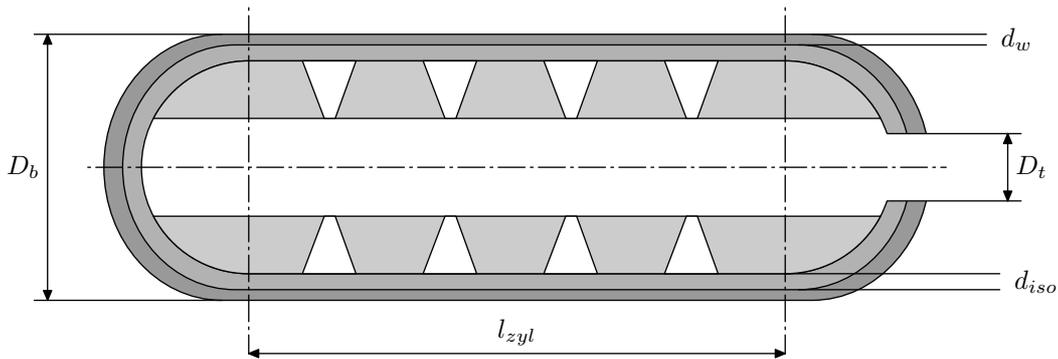


Abbildung 5: Gehäusegeometrie

Das Volumen des Motorgehäuses sowie der Isolationsschicht setzt sich aus dem Volumen der Endstücke und dem Volumen des zylindrischen Teils unter Abzug des Volumens für die Aussparung für die Düse zusammen. Die notwendigen Parameter sind der Innen- und Außenradius, die tatsächliche Länge des zylindrischen Teils und der Düsendurchmesser:

$$V = \frac{4}{3}\pi(r_a^3 - r_i^3) + \pi(r_a^2 - r_i^2)l_{zyl,tat} - \frac{1}{4}\pi D_t^2(r_a - r_i)$$

Die tatsächliche Länge des zylindrischen Teils wie bereits bestimmt beträgt $l_{zyl,tat} = 22.13$ m und der Düsendurchmesser $D_t = 0.134$ m.

Masse des Motorgehäuses:

$$m_{MC} = V_{MC} \cdot \rho_{MC} = 5160.4 \text{ kg}$$

wobei V_{MS} mit Parametern $r_a = \frac{D_b}{2} = 1.55$ m und $r_i = \frac{D_b}{2} - d_w = 1.54$ m ermittelt wird.

Masse der Isolationsschicht:

$$m_{ISO} = V_{ISO} \cdot \rho_{ISO} = 10481.0 \text{ kg}$$

wobei V_{ISO} mit Parametern $r_a = \frac{D_b}{2} - d_w = 1.54$ m und $r_i = \frac{D_b}{2} - d_w - d_{iso} = 1.50$ m ermittelt wird.

Düsenmasse nach der Formel (angepasst auf das metrische System):

$$m_D = 3 \cdot \sqrt{\frac{m_{TS}}{t_b}} \cdot L_D = 63.44 \text{ kg}$$

Das freie Volumen für die Zündermasse aus dem Volumen des Hohlraums abzüglich Volumen des Treibsatzes:

$$V_F = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 \cdot l_{zyl,tat} - V = 33.68 \text{ m}^3$$

wobei $V = 136.04 \text{ m}^3$ Treibsatzvolumen und $r = \frac{D_a}{2} = 1.50 \text{ m}$ Treibsatzaußenradius sind.

Zündermasse nach der Formel (angepasst auf das metrische System):

$$m_{IGN} = 500 \cdot \left(\frac{V_F}{0.0254^3} \right)^{0.7} = 13.12 \text{ kg}$$

Die übrige Ausrüstungsmasse wird mit 10% von m_{MC} angehohmen:

$$m_{misc} = 0.1 \cdot m_{MC} = 516.0 \text{ kg}$$

Die einzelne Werte sind in der Tabelle 4 auf Seite 14 zusammengefasst.

Motorgehäuse	$m_{MC} = 5160.4 \text{ kg}$
Isolationsmasse	$m_{ISO} = 10481.0 \text{ kg}$
Düsenmasse	$m_D = 63.44 \text{ kg}$
Zünder	$m_{IGN} = 13.31 \text{ kg}$
Übrige Ausrüstungsmasse	$m_{misc} = 516.0 \text{ kg}$
Treibsatzmasse	$m_{TS} = 241.07 \cdot 10^3 \text{ kg}$
Gesamt	$m_{ges} = 257.3 \cdot 10^3 \text{ kg}$

Tabelle 4: Massenabschätzung

Die Schätzung für die Gesamtmasse des Boosters (incl. Masse des Treibsatzes) beläuft sich somit auf $m_{ges} = 257.3 \cdot 10^3 \text{ kg}$, wovon $16.16 \cdot 10^3 \text{ kg}$ die Masse der Ausrüstung und $241.07 \cdot 10^3 \text{ kg}$ die Masse des Treibsatzes sind.

Der Treibstoffverhältnis beträgt

$$\gamma = \frac{m_{TS}}{m_{ges}} = 0.937$$

Der Schub-zu-Gewichtverhältnis beträgt

$$\frac{F}{m_{ges} \cdot g} = 1.69 > 1$$

somit ist der Booster in der Lage senkrecht zu starten.

Listing

```
1 #!/usr/bin/octave
2 #
3 # $Id: ha-03.m,v 1.2 2010/01/22 20:32:51 demon Exp demon $
4 #
5 # Grundlagen der Raumfahrttechnik WS 2009/10
6 # Hausaufgabe 3
7 #
8 # Gruppe 14
9 # Stefan Breit (310692)
10 # Dimitri Sokolyuk (321116)
11 #
12
13 clear
14 # Prevent Octave from thinking that this is a function file:
15 1;
16
17 #####
18 #
19 # Konstanten
20 #
21 g = 9.81;          # Schwerebeschleunigung [m/s^2]
22 RR = 8.31451;     # Universelle Gaskonstante [J/kg*K]
23
24 rho_TS = 1772.0;  # Mittlere TS-Dichte [kg/m^3]
25 M_TS = 27.8;     # Mittleres Molekulargewicht [kg/(mol*K)]
26 n_TS = 0.33;    # TS-Druckexponent [-]
27 a_TS = 0.0433;  # TS-Temperaturfaktor a [-]
28
29 kappa = 1.18;    # Verhaeltnis der spez. Waermen. [-]
30
31 p_c = 6400000;   # Druck (Brennbeginn) [N/m^2]
32 T_c = 3480;     # Temperatur [K]
33
34 l_sp = 241.5;    # Spez. Impuls (sea level) [s]
35 c_e = l_sp * g;
36 F = 4272.528 * 10^3; # Schub (sea level) [N <- kN]
37
38 sigma_housing = 170000 * 6894.75; # Zugfestigkeit [kg/m^2 <- lb/in^2]
39 # 1 lb/in^2 = 6894.75 Pa (N/m^2)
40 rho_housing = 1992.95; # Dichte [kg/m^3]
41
42 d_iso = 0.04;    # Dicke (zw. Wand und TS) [m]
43 rho_iso = 1090.59; # Dichte [kg/m^3]
44
45 D_b = 3.1;      # Boosterdurchmesser [m]
46 p_e = 66000;   # Duesenenddruck [N/m^2]
47
48 rueckstand = 0.02; # Unverbrante TS-Rueckstaende [- <- %]
49 Sf = 2.5;      # Sicherheitsfaktor fuer Wanddickeberechnug
50 t_b = 131;     # Brennzeit [s]
51
52 #####
53 #
54 # Aufgabe 3.1
55 #
```

```

56
57 # Teibstoffmassenstrom [kg/s]
58 m_dot = F / c_e
59
60 # Treibstoffmasse incl. Rueckstand [kg]
61 m = m_dot * t_b / (1 - ruckstand)
62
63 # Treibstoffvolumen
64 V = m / rho_TS
65
66 # Abbrandrate [m/s]
67 r_dot = a_TS * p_c^n_TS / 1000 # [mm/s -> m/s]
68
69 # Nottwendige Abbrandoberflaeche
70 A_not = m_dot / (r_dot * rho_TS)
71
72 # Webb-Thickness
73 b = r_dot * t_b
74
75 # Aussendruck
76 p_a = 0;
77
78 # Wanddicke
79 d_w = (p_c - p_a) * (D_b / 2) * Sf / (2 * sigma_housing)
80
81 # Treibsatz Aussendurchmesser
82 D_a = D_b - 2 * (d_w + d_iso)
83
84 # Treibsatz Innendurchmesser
85 D_i = D_a - 2 * b
86
87 function rad = d2r(degree)
88 # Degree -> Rad
89 rad = degree * pi / 180;
90 endfunction
91
92 function degree = r2d(rad)
93 # Rad -> Degree
94 degree = rad * 180 / pi;
95 endfunction
96
97 function [A V l] = endstuck(ra, ri)
98 # TS Volumen, Oberflaeche und TS Laenge an beiden Endstuecken
99 # [A V l] = endstuck(ra, ri)
100 a = sqrt(ra^2 - ri^2);
101 l = 2 * a;
102 h = ra - a;
103 V_kallote = 1/3 * h^2 * pi * (3 * ra - h);
104 V_zylinder = pi * ri^2 * l;
105 V_kugel = 4/3 * pi * ra^3;
106 V = V_kugel - V_zylinder - 2 * V_kallote;
107 A = 2 * pi * ri * l;
108 endfunction
109
110 function [A_tat l_zyl l_end] = tatsaechlich(V, ra, ri) # A()
111 # TS Gesamtlaege und Abbrandoberflaeche
112 # [A_tat l_zyl l_end] = tatsaechlich(V, d_i, d_a)

```

```

113 [A_end V_end l_end] = endstuck(ra, ri);
114
115 # Restvolumen des zylindrischen Teils des TS
116 V_zyl = V - V_end;
117
118 # Laenge und Oberflaeche des zylindrischen Teils
119 l_zyl = V_zyl / (pi * (ra^2 - ri^2));
120 A_zyl = 2 * pi * ri * l_zyl;
121
122 # Gesamtabbrandoberflaeche
123 A_tat = A_zyl + A_end;
124 endfunction
125
126 function [A V] = spalt(ra, ri, alpha)
127 # [A V] = spalt(ra, ri, alpha)
128 h = (ra - ri) * tan(alpha);
129 s = (ra - ri) * sec(alpha);
130
131 A = 2 * (ra + ri) * pi * s; # Mantelflaeche
132 V = 2 * (pi * ra^2 * h - 1/3 * h * pi * (ra^2 + ra * ri + ri^2));
133 endfunction
134
135 #####
136 function [dA dl] = zusatzoberflaeche(ra, ri, n, alpha)
137 # [dA dl] = zusatzoberflaeche(ra, ri, n, alpha)
138 # TS Zusatzoverflaeche und Zusatzlaenge
139 [A_spalt V_spalt] = spalt(ra, ri, alpha);
140
141 # Zusatzlaenge und Zusatzoberflaeche
142 l_zus = V_spalt / (pi * (ra^2 - ri^2));
143 A_zus = 2 * pi * ri * l_zus;
144
145 dA = n * (A_spalt + A_zus);
146 dl = n * l_zus; # ohne 3cm Spalt
147 endfunction
148
149 function A = regression(t, r_dot, ra, ri, n, alpha, l_zyl)
150 # Regression der Dicke
151 db = r_dot * t;
152 dr = ri + db;
153
154 # Regression der Laenge an den Endstuecken
155 [A_end V_end l_end] = endstuck(ra, dr);
156
157 # Regression der Laenge an den Schlitzen
158 dl = 2 * n * db * (sec(alpha) + tan(alpha));
159
160 # Oberflaeche der Spalte
161 [A_spalt V_spalt] = spalt(ra, dr, alpha);
162
163 # Oberflaeche des zylindrischen Teils
164 A_zyl = 2 * pi * dr * (l_zyl - dl);
165
166 # Gesammtflaeche
167 A = A_zyl + A_end + n * A_spalt;
168 endfunction
169

```

```

170 [A_tat l_zyl l_end] = tatsaechlich(V, D_a/2, D_i/2);
171 delta_A = A_not - A_tat;
172
173 # solution list initialization
174 spaltgeom = zeros(1, 6);
175 for n = 1:1:5
176     for alpha = 0:0.5:60
177         [dA dl] = zusatzoberflaeche(D_a/2, D_i/2, n, d2r(alpha));
178         # Die Abbrandoberflaeche darf groesser aber nicht kleiner
179         # als notwendig sein, maximaler Ueberschuss 0.5 m^2
180         if dA >= delta_A && abs(dA - delta_A) < 0.5
181             x(1) = A_tat + dA; # Gesamtoberflaeche
182             x(2) = l_zyl + l_end + dl + n * 0.03; # Gesamtlaenge
183             x(3) = n; # Anzahl der Spalte
184             x(4) = alpha; # Winkel
185             x(5) = l_zyl + dl; # Laenge des zyl. Teils
186             x(6) = l_zyl + dl + n * 0.03; # Gesamtlaenge des zyl. Teils
187             # add to list
188             spaltgeom = [spaltgeom; x];
189         endif
190     endfor
191 endfor
192 # strip the first empty value
193 spaltgeom = spaltgeom(2:end,:);
194 # find the best
195 [x k]=min(abs(spaltgeom(:,1) - delta_A));
196 # print
197 spaltgeom(k,:)
198 # Spaltwinkel
199 alpha = spaltgeom(k, 4);
200 # Anzahl der Spalte
201 n = spaltgeom(k, 3);
202 # Effektive Laenge des zylindrischen Teils
203 l_zyl_eff = spaltgeom(k, 5);
204 # Gesamtlaenge des zylindrischen Teils
205 l_zyl_gesamt = spaltgeom(k, 6);
206
207 # laengenregression: dl = n * dot_r * t * cos(alpha) + dl_endstueck
208 # dickenregression: db = dot_r * t;
209
210 abbrandprofil = zeros(1, 1); # init
211 time = 0:0.1:t_b;
212 for t = time
213     A = regression(t, r_dot, D_a/2, D_i/2, n, d2r(alpha), l_zyl_eff);
214     abbrandprofil = [abbrandprofil; A];
215 endfor
216 abbrandprofil = abbrandprofil(2:end,:); # strip the first row
217
218 figure(1);
219 plot(time, abbrandprofil, "0");
220 xlabel("Brennzeit [s]");
221 ylabel("Abbrandoberflaeche [m^2]");
222 grid on;
223 print abbrandprofil.eps;
224
225 schubprofil = r_dot * abbrandprofil * rho_TS * c_e;
226 figure(2);

```

```

227 plot(time, schubprofil/1000, "0"); # [kN]
228 xlabel("Brennzeit [s]");
229 ylabel("Schub [kN]");
230 grid on;
231 print schubprofil.eps;
232
233 [A_max k] = max(abbrandprofil)
234 t_max = time(k)
235 A_ende = abbrandprofil(end)
236 A_anfang = abbrandprofil(1)
237
238
239 #####
240 #
241 # Aufgabe 3.2
242 #
243
244 Gamma = sqrt(kappa) * (2 / (kappa + 1))((kappa + 1)/(2 * (kappa - 1)))
245 R = RR / M_TS
246 c_star = sqrt(R * T_c)/Gamma
247 A_t = c_star * m_dot / p_c
248 c_f = c_e / c_star
249
250 # Duseninnendurchmesser
251 D_t = 2 * sqrt(A_t / pi)
252
253 PI = p_c / p_e
254 A_e = A_t * (sqrt((kappa-1)/2) * (2 / (kappa+1))((kappa+1)/(2*(kappa-1)))) / \
255   (PI(-1/kappa) * sqrt(1 - PI((1-kappa)/kappa)))
256
257 # Dusenaussendurchmesser
258 D_e = 2 * sqrt(A_e / pi)
259
260 # Duesenlaenge
261 L_D = (0.9436 + 0.2524 * (A_e / A_t) \
262   - 0.0022 * (A_e / A_t)2 \
263   - 6.06 * 10(-7) * (A_e / A_t)3) * D_t
264 # Klemmung
265 K_a = A_e / A_t
266
267 #####
268 #
269 # Aufgabe 3.3
270 #
271
272 function [M V] = masse(ra, ri, rho, rt, l_zyl)
273 # [M V] = masse(ra, ri, rho, rt, l_zyl)
274 # rt - Duesenradius
275 # l_zyl - effektive Laenge des zylindrischen Teils
276 V_kugel = 4/3 * pi * (ra3 - ri3);
277 V_zylinder = pi * (ra2 - ri2) * l_zyl;
278 # Naeherung der Oeffnung fuer die Duese als Zylinder
279 V_duesenausschnitt = pi * rt2 * (ra - ri);
280 V = V_kugel + V_zylinder - V_duesenausschnitt;
281 M = V * rho;
282 endfunction
283

```

```

284 M_housing = masse(D_b/2, D_b/2 - d_w, rho_housing, D_t/2, l_zyl_gesamt)
285 M_iso = masse(D_b/2 - d_w, D_b/2 - d_w - d_iso, rho_iso, D_t/2, l_zyl_gesamt)
286 # Duesenmasse
287 M_d = 0.03 * sqrt(m/t_b) * L_D * 100 # L_D in [cm]
288
289 function V = freiesvolumen(V_ts, ra, l_zyl)
290     V_kugel = 4/3 * pi * ra^3;
291     V_zylinder = pi * ra^2 * l_zyl;
292     V = V_kugel + V_zylinder - V_ts;
293 endfunction
294
295 V_ign = freiesvolumen(V, D_a/2, l_zyl_gesamt)
296 M_ign = 0.5 * (V_ign / 0.0254^3)^0.7 / 1000 # V_ign in [in^3] -> [kg]
297 M_ges = m + M_housing + M_iso + M_d + 0.10 * M_housing
298 gamma = m / M_ges # Treibstoffmassenverhaeltnis
299 schubzugewicht = F / (M_ges * g)
300
301 # EOF

```

Eidesstattliche Erklärung

Wir erklären hiermit an Eides Statt, dass wir die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt haben. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.